

Aplicación de una opción real de abandono con simulación Monte Carlo y Volatilidad condicional GARCH: Un caso de estudio para un proyecto de inversión minera

Application of a real abandon option with Monte Carlo simulation and conditional volatility GARC: A case study for a mining investment Project.

ARANGO, Mónica A. [1](#); MONTES, Luis F. [2](#); ARBOLEDA, Diana C. [3](#)

Recibido: 16/06/2017 • Aprobado: 17/07/2017

Contenido

- [1. Introducción](#)
- [2. Metodología](#)
- [3. Resultados](#)
- [4. Conclusiones](#)

[Referencias bibliográficas](#)

RESUMEN:

En el presente trabajo se realiza un estudio para determinar la viabilidad financiera de un proyecto de inversión en el sector minero, el cual tiene como objeto la extracción de oro subterráneo. En este se analiza como insumo fundamental la volatilidad del precio del oro, para lo cual se utiliza la metodología Box Jenkins, estimando un modelo econométrico de volatilidad tipo GARCH. Adicionalmente, los resultados obtenidos se contrastan con simulación Montecarlo.

Palabras clave: Precio del oro, Modelos de Volatilidad (GARCH), simulación Monte Carlo, riesgo.

ABSTRACT:

In the present work, a study is carried out to determine the financial viability of an investment project in the mining sector, which aims at the extraction of underground gold. In this, the volatility of the gold price is analyzed as a fundamental input, for which the Box Jenkins methodology is used, estimating an econometric model of GARCH volatility. Additionally, the results obtained are contrasted with Monte Carlo simulation.

Keywords: Price of gold, Econometric Model (GARCH), Monte Carlo simulation, risk.

1. Introducción

Invertir en Colombia es una oportunidad que están observando compañías extranjeras debido a la riqueza natural existente en este país. En particular, en las últimas décadas se están enfocando en la búsqueda de oro, un metal precioso, y uno de los commodities de mayor negociación mundial, debido principalmente a su característica de "activo refugio" (Fija, 2017).

El creciente interés por este commodity incentiva el desarrollo de nuevas inversiones en proyectos que permitan su explotación. Sin embargo, al igual que, en cualquier proyecto el análisis de viabilidad financiera exige su valoración y la identificación de variables que afecten el resultado final de los inversionistas. La existencia de múltiples fuentes de incertidumbre en estos proyectos demanda el uso de metodologías alternativas que relacione tanto los flujos de caja del proyecto, como las oportunidades estratégicas que origina. (Dixit & Pindyck, 1994; Guthrie, 2009; Trigeorgis, 1996) (Nadarajah, S. Margot, F. Secomandi, 2016).

Con el objetivo de considerar la flexibilidad en la toma de decisiones, se emplea como metodología de valoración el uso de Opciones Reales (OR), a través de la metodología de Simulación Monte Carlo (Cox, Ross, & Rubinstein, 1979).

En el presente caso de estudio se analiza la viabilidad de un proyecto de inversión de una mina de extracción de oro, con la modalidad "subterráneo", ubicado en Colombia. Se proyecta su ejecución partiendo de estudios técnicos y financieros del año 2016. El análisis parte de la parte de preinversión, por lo que se descartan las opciones de expansión, diferir y las mixtas, siendo la más acertada la opción de abandono.

La metodología de OR, al igual que otras, requiere de la determinación de una tasa de descuento que refleje los riesgos asociados a la inversión. La complejidad en la estimación de esta tasa exige la implementación de un modelo que tenga un amplio reconocimiento en la literatura científica. De allí que, para este trabajo se seleccione el Capital Asset Pricing Model (CAPM).

En este contexto, la tasa de descuento se deriva de factores como el precio del oro, los tipos de cambios, o las tarifas de intereses y costos locales. Esto pronostica que el retorno de los activos financieros está en función de la covarianza del retorno del activo con el del mercado, lo cual afirma Maya y Pareja (Vasseur & Pérez, 2016). Este riesgo hace variar el valor del proyecto a lo largo de su vida. También, se cuenta con riesgos técnicos no sistémicos que influyen en probabilidades de éxito/fracaso, los que dentro de un Flujo de Caja Descontado (FCD) no se estiman ni se tienen presentes.

Partiendo de lo anterior, se realiza para el estudio un análisis de la volatilidad del precio del oro. Entre los métodos utilizados para estimar la volatilidad del activo subyacente se encuentra el modelo Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada (GARCH) (González, G., Mora, A., y Solano, 2015). Las bondades de los modelos GARCH, al no requerir un conocimiento exacto de la función de distribución de las variables, hacen posible su implementación en el estudio. En este contexto, además de realizar la valoración por Opciones Reales, entre los aportes innovadores que ofrece esta investigación es la estimación de la volatilidad del activo subyacente a través de modelos GARCH, para proyectar los flujos de caja del proyecto.

El presente documento se compone de cuatro secciones. En la primera se presenta una revisión conceptual de las metodologías aplicadas en la literatura para las Opciones Reales. En la segunda sección, se realiza una identificación de las variables de incertidumbre, la modelación del precio del oro a través de modelos GARCH, que sirven como insumo en la valoración del FCD. En la tercera sección, se desarrolla la valoración por medio del análisis de Opciones Reales a través de Simulación Monte Carlo. La última sección presenta las conclusiones del estudio.

2. Metodología

La necesidad de incluir la flexibilidad en los análisis de valoración incentivó el aprovechamiento de las sinergias entre las líneas de Finanzas Corporativa y Mercados Financieros. Es así como, hace aproximadamente tres décadas, Myers (Cuervo, Felipe, Botero, 2014) estableció el

término “Opciones Reales”, para hacer referencia a la aplicación de la teoría de opciones financieras en la valoración de activos reales.

En términos financieros, las opciones se conocen como instrumentos que otorgan el derecho, de comprar o vender un activo denominado subyacente, sujeto a un precio de ejercicio determinado al momento de firmar el contrato, permitiendo al poseedor ejercer en una fecha futura. La negociación de este instrumento requiere de una valoración que permita definir su precio (prima) y que se caracteriza por una alta complejidad. Para ello, se han desarrollado múltiples metodologías que tienen su origen en la formulación propuesta por Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton (Milanesi, 2014).

2.1. Metodologías de valoración

Los escenarios de incertidumbre que enfrentan los proyectos de inversión aumentan la complejidad del proceso de valoración. En este contexto, es recomendable el uso de las OR, ya que, se centran en la valoración de la flexibilidad en la toma de decisiones gerenciales, complementando los resultados obtenidos mediante el método de flujo de caja descontado, como se indica en la siguiente expresión:

$$VPNA = \sum_{t=1}^n \frac{fc_t}{(1+i)^t} - I + OR \quad (1)$$

Dónde:

VPNA = Valor presente neto ajustado; *FC_t* = Flujo de caja del proyecto en año; *i* = Tasa de descuento; *n* = año; *I* = Inversión inicial; *OR* = Valor de la opción real.

Al realizar la valoración por flujo de caja libre existe la posibilidad de que un proyecto sea rechazado, ya que el valor presente de los flujos futuros supera la inversión, sin embargo, al valorar la opción esta decisión puede cambiar. En esta valoración pueden usarse tres metodologías: Ecuaciones diferenciales parciales, Arboles binomiales y Simulación Montecarlo teniendo en cuenta algunos supuestos y características para su implementación.

2.1.1 Ecuaciones diferenciales parciales

En esta clasificación se agrupan principalmente los modelos en tiempo continuo, en particular, el comportamiento del precio del activo subyacente, son formulados a partir de ecuaciones diferenciales parciales. Esta valoración presenta ventajas de facilidad de cálculo y precisión para opciones simples al momento de resolverlas. Sin embargo, una vez cambian los supuestos sobre el comportamiento de la opción o se incorporan restricciones o variables adicionales al modelo, este debe ser modificado, resultando en ocasiones modelos más complejos de resolver y con alto costo en tiempo de cálculo.(Rubinstein, 1998).

En este conjunto se destacan los modelos propuestos por Black-Scholes-Merton sobre los cuales se fundamenta la teoría moderna de valoración de opciones. Otros modelos derivados que parten de ecuaciones diferenciales son la opción de intercambio de activos propuesta por Margrabe(Cuervo, Felipe,. Botero, 2014) y en las desarrolladas por Dixit y Pindyck (Cuervo, Felipe,. Botero, 2014), que consideran diferentes comportamientos del activo subyacente, incluyendo procesos estocásticos con reversión a la media.

2.1.2 Arboles Binomiales

Los modelos en tiempo discreto y sus aportes permiten estimar la evolución del precio del subyacente bajo incertidumbre en escenarios discretos, asumiendo que el activo sigue un proceso binomial multiplicativo. Una ventaja de estos modelos es la posibilidad de considerar múltiples opciones interrelacionadas y opciones de tipo americano. La decisión del inversionista para seleccionar entre este método y el anterior se fundamenta entre la precisión otorgada por

BS o la flexibilidad al tener la capacidad de valorar diferentes tipos de opciones dadas por el método binomial (Cuervo, Felipe,. Botero, 2014).

Las características de este modelo de valoración propuesto por Cox, Ross y Rubinstein(Cox et al., 1979), del cual se derivan modelos como el de Boyle (Cuervo, Felipe,. Botero, 2014) para valorar opciones con subyacentes en 2 variables de estado y las mallas trinomiales y multinomiales de Kamrad y Ritchken (Cuervo, Felipe,. Botero, 2014), mallas binomiales con volatilidades implícitas y mallas binomiales con series de expansión de Edgeworth de Rubinstein (Cuervo, Felipe,. Botero, 2014), son utilizados preferentemente en el planteamiento de modelos de decisión.

2.1.3 Simulación Montecarlo

Este método se desarrolla en tiempo continuo, es una derivación de los dos grupos anteriores (ecuaciones diferenciales y modelos de mallas binomiales), generalmente incluyendo modelos donde se simula la volatilidad del subyacente cuando no existen activos financieros de réplica.

Entre los métodos de simulación clásicos, el enfoque más utilizado es el de la simulación Montecarlo, propuesto inicialmente por Boyle (Čirjevskis & Badūns, 2013), para la valoración de opciones, el cual es de especial utilidad para opciones reales. En este grupo, también, se pueden clasificar las propuestas de optimización dinámica en tiempo continuo y discreto propuesta por Kulatilaka y Dixit y Pindyck (Čirjevskis & Badūns, 2013), y la extensión del método del VAN en tiempo continuo con simulación Montecarlo propuesto por Datar y Mathews (Čirjevskis & Badūns, 2013).

2.1.4 Opciones Reales en el Sector Minero

La literatura en torno a las opciones reales en el campo de la inversión proyecto minero no es nuevo. El concepto de usar opciones reales en la industria minera en primer lugar, se produjo a través Brennan y Schwartz (Haque, Topal, & Lilford, 2014). En ese estudio, los autores introdujeron un modelo estocástico de tiempo continuo y desarrollaron trabajos teóricos para las inversiones en recursos naturales. Poco a poco, la teoría de opciones reales se introdujo en la toma de inversiones en recursos naturales decisión de Brennan y Trigeorgis; Copeland y Antikarov; Dixit y Pindyck; Topal (Haque et al., 2014).

En la misma línea de estudio, Costa Lima & Suslick (chuan XU, Xiao-wei GU, Qing WANG, Jian-ping LIU, 2014) desarrollaron un modelo que se ocupa de los recursos minerales. Su modelo ha sido preparado para la evaluación de un proyecto minero definido, en donde se analiza la volatilidad de los precios, no utilizando las series de tiempo pasadas. Dimitrakopoulos y Abdel Sabour (chuan XU, Xiao-wei GU, Qing WANG, Jian-ping LIU, 2014) realizaron una valoración de un proyecto minero determinado por métodos OR y VAN y concluyeron que el valor resultante por OR es mayor que el logrado por el método tradicional VAN.

2.2. Aplicación de la Valoración

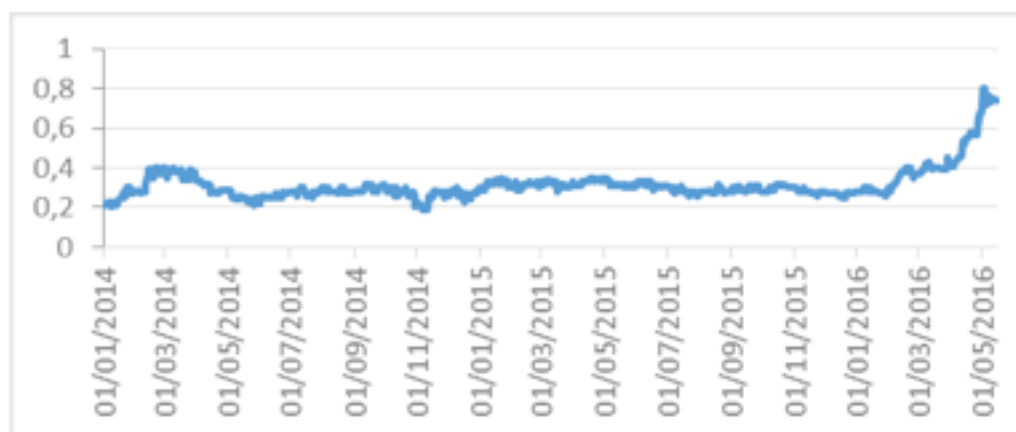
Se toma como caso de estudio un proyecto de una empresa multinacional que opera en Colombia, constituida bajo la Ley de Sociedades Anónimas, el 4 de enero del 2010, la cual se encuentra inscrita en bolsa por fuera del mercado colombiano. Por motivos de confidencialidad se omite su nombre. Los proyectos de la empresa se dedican principalmente a la exploración, desarrollo y extracción de propiedades minerales.

El proyecto está en la etapa de exploración y desarrollo. Se estima la puesta en marcha de su línea de explotación minerales que iniciaría en el 2017. Durante los años 2014 a 2017 se realizan las inversiones requeridas para la puesta en marcha, que comprende estudio de suelos, capacitación de personal, inversión en equipos, capital de trabajo y otros.

Los ingresos proyectados consideran variables estocásticas que determinan el comportamiento final según los resultados de las cantidades explotadas y los precios proyectados para el mineral. La expectativa de los ingresos futuros generados por el proyecto ha tenido un impacto

en el precio de la acción, aumentando el nivel en los últimos dos años (ver Figura 1). Esta característica refleja el fundamento de la Teoría de Eficiencia planteada por Eugene Fama, quien sostiene que en un mercado eficiente la información disponible en el mercado se refleja en el precio de la acción (E.fama, 1970).

Figura 1
Precio acción 2014 - 2016



Fuente: elaboración de los autores

La capacidad de recuperación de las cantidades que se muestran para exploración y evaluación de activos depende de la existencia de reservas económicamente recuperables. La información considerada para la estimación se obtiene de los estados financieros publicados por la empresa (propietaria del proyecto) para el 31 de diciembre del 2013 y el 31 de diciembre del 2014. Las proyecciones de cantidades de producción se estiman a través de estudios geológicos, lo cuales se observan en la Tabla 1 .

Tabla 1
Cantidad de oro a extraer planta de proceso de alimentación y producción de metales

Año	Mineral extraído toneladas	Mineral molido toneladas	Grado de la alimentación Au g/t	Extracción	Prod metal Au/ oz
-1	10,423	-	-	0	0
1	359,23	352,118	6.21	96.2%	67.675
2	360	360	6.74	96.5%	75.301
3	360	360	4.49	95.4%	49.587
4	360	360	4.11	95.3%	45.296
5	360,986	360,986	4.67	95.6%	51.786
6	360	360	3.24	94.9%	35.557
7	360	360	2.77	94.7%	30.335
8	227,872	245,407	4.25	95.8%	32.141
LOM Tonelada	2,758,511	2,758,511	4.56	95.55%	387.678

El total de producción de metal se estima en 387.678 Onzas lo que equivale a 10,990 toneladas durante los ocho años de explotación (Gueorguiev, T. Dyer, M. Lindholm, W. Schlitt, 2014). Para el pronóstico del flujo de caja, inicialmente se consideró un escenario base con precio del mineral constantes de 1299,7 USD/Oz (ver Tabla 2).

Tabla 2
Ingreso bruto mina

Ingresos (US)	Total
Cantidad extraída Oro (onz)	387.765
Precio	1.300
Ingresos brutos de oro	503.982.000
Refinación , Transporte y Seguros	2.364.000
Royalty -Libertad	15.049.000
Royalty Estado	16.061.000
Ingreso Bruto Neto	470. 508.000

Fuente: elaboración de los autores

El desarrollo de modelos de comportamiento de precios spot de commodities se basa en procesos estocásticos que se pueden clasificar según dos características: la estacionariedad o no de los modelos y el número de factores estocásticos utilizados, (Tanaka, Marilia, & Montero, 2016); El análisis de la serie de tiempo precio oro, implicó la realización de pruebas que permitieron determinar su comportamiento.

Sin embargo, debido a que el oro es un commodity que tiene una alta volatilidad se estimó un segundo escenario modelado a través de modelos GARCH, para lo cual se recurre al método de Box Jenkins y a través de las pruebas de raíz unitaria con Dickey –Fuller aumentado (ADF), Phillips- Perron (PP) y Kwiatkowski, Phillips, Smichdt y Shin (KPSS) se identifica no estacionariedad en los precios (ver Tabla 4). Como respuesta a este resultado el modelo se realiza usando como insumo las rentabilidades diarias de los precios del oro desde el 8 de septiembre de 2005 hasta el 8 de septiembre del 2015 obtenidos de Bloomberg (Bloomberg, n.d.) (ver Tabla 3).

Tabla 3
Estadísticos descriptivos de la rentabilidad y precio del oro 2005 – 2015

Estadístico	Precio Oro	Rentabilidad
Media	1125,585425	0,000359419
Mediana	1182,54	0,000617693

Maximo	1900,2	0,102451437
Minimo	446,6	-0,095120685
Desviación Estándar	369,1773105	0,012550768
Oblicuidad	0,002914635	0,395407013
Curtosis	1,943976729	8,472522799
Jarque- Bera	120,954808	3315,993436
Probabilidad	0	0
Suma	2929898,86	0,935567291

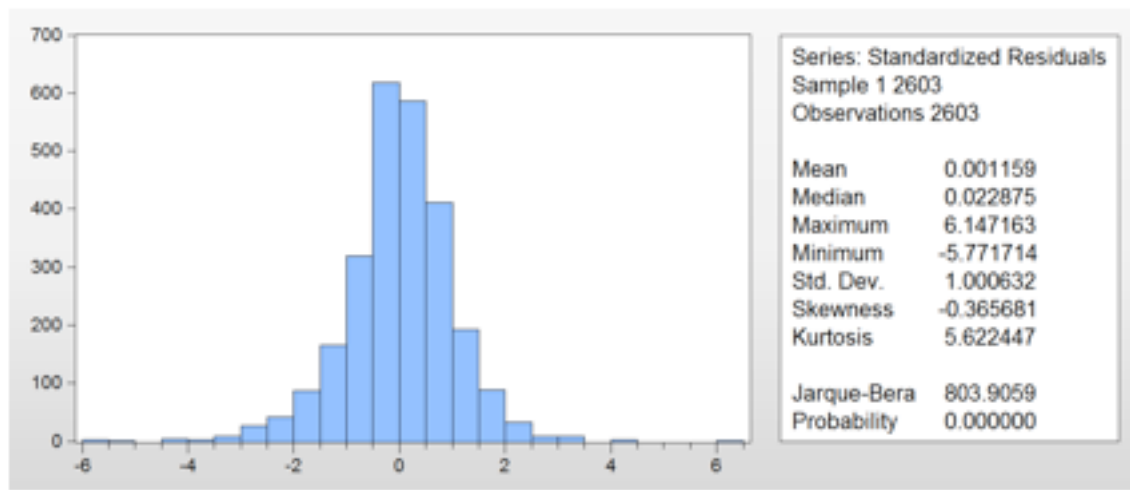
Fuente: elaboración de los autores

De la información de estadísticos descriptivos (ver *Tabla 3*) se evidencia que el precio del oro en los últimos 10 años tiene una fluctuación promedio de 1.126 USD por onza, con una variabilidad de USD 369,17. La mitad de los precios generados desde este periodo de tiempo está por debajo de USD 1.183, el coeficiente de grado de apuntamiento es ≤ 3 por lo tanto la curva de los datos es platicurtica. Según la prueba de Jarque Bera se rechaza la hipótesis de normalidad de la serie de precios.

Así mismo en la *Tabla 3* se presentan los estadísticos de la rentabilidad la cual tiene una variación diaria promedio de 0,000359419 demostrando un bajo movimiento en los últimos 10 años y un máximo obtenido de rentabilidad de 0,10245 puntos sobre el precio, el coeficiente de grado de apuntamiento es mayor que 3 por lo tanto la curva de los datos es leptocurtica. Según la prueba de Jarque Bera se rechaza la hipótesis de normalidad de la serie. Sin embargo, siguiendo el teorema de límite central se asume que las rentabilidades siguen una distribución normal. Las amplias fluctuaciones introducen la necesidad de modelar la volatilidad aplicando ARCH y GARCH.

Se realizaron pruebas de estacionariedad con el fin de obtener un diagnóstico y determinar el comportamiento, se realizó prueba gráfica, que abarca la normalidad de la serie y el histograma (Figura 2), la prueba de raíz unitaria, con el fin de verificar si la serie sigue un proceso de caminata aleatoria y corroborar si el termino error esta correlacionado con su pasado, lo cual determinó que no era estacionaria procediendo con la elaboración y análisis del correlograma para determinar la existencia de autocorrelación entre los datos.

Figura 2
Histograma



Fuente: elaboración de los autores

En la Figura 4 se idéntica como los coeficientes están auto correlacionados y tienen una probabilidad asociada mayor al 5%.

De acuerdo al test de raíz unitaria presentado (ver Tabla 4). Se puede evidenciar que no existe correlación en el modelo ya que el estadístico de Durbin- Watson stand, en ADF debe estar comprendido entre 1,85 y 2.15, cumpliéndose ese criterio y en el cual se observa la validez del modelo; Para generar una mayor confiabilidad en la prueba se realizaron 7 rezagos, aunque en el caso de la prueba de PP y la SSKP, no existe término de diferencia retardada, para evitar la correlación serial en los términos de error.

Tabla 4 .

Pruebas de raíz unitaria para precio y rentabilidad del oro serie de tiempo 2005-2015

Panel 1. Precios (PB) Intercepto

Reza gos	ADF		PP		KPSS	
	t-Statistic	DW	t-Statistic	DW	t-Statistic	DW
1	-1,836684	1,999932	-1,839993	1,99275	93,1565	0,0014
2	-1,83568	2,000093	-1,839791		62,1373	
3	-1,844708	2,000008	-1,839546		46,6259	
4	-1,835685	1,999873	-1,83933		37,3185	
5	-1,823871	1,99901	-1,839367		31,1133	
6	-1,813022	1,998594	-1,839006		26,6808	
7	-1,801788	1,999867	-1,838912		23,3564	

Panel 2. Precio (PB) Tendencia e intercepto

Reza gos	ADF				PP				SSKP			
	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic
1	-0,923778	1,999935	-0,000185	-0,3239	-0,92218	1,9934	0,00019	-0,334	22,81247	0,003	0,37765	61,3161
2	-0,903986	2,000104	-0,000199	-0,3482	-0,917				15,22418			
3	-0,891948	2,000017	-0,000212	-0,3707	-0,91048				11,42921			
4	-0,876946	1,999865	-0,000219	-0,3822	-0,90434				9,151964			
5	-0,898343	1,999025	-0,000198	-0,3441	-0,905				7,633655			
6	-0,81837	1,998609	-0,000252	-4,3852	-0,89414				6,549071			
7	-0,850816	1,999852	-0,000223	-0,3866	-0,89083				5,73556			

Panel 3. Rentabilidad (RPB)

Intercepto

Reza gos	ADF		PP		KPSS	
	t-Statistic	DW	t-Statistic	DW	t-Statistic	DW
1	-3,678645	1,999334	-51,34148	2,0002	0,50807	2,0117
2	-29,38898	1,999628	-51,34384		0,51478	
3	-25,37774	2,000255	-51,34331		0,51426	
4	-22,20335	1,997546	-51,34271		0,5133	
5	-21,62573	1,999129	-51,34119		0,50884	
6	-19,74408	2,000121	-51,3432		0,51461	
7	-18,133	1,998986	-51,34503		0,51789	

Panel 4. Rentabilidad (RPB) Tendencia e

intercepto

Reza gos	ADF				PP				KPSS			
	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic	t-Statistic	DW	@Trend	@trend t-statistic
1	-36,88141	1,999336	-7,27E-07	-2,2237	-51,4253	2,0003	-7,10E-07	-2,187	0,032248	2,015	7,11E-07	2,18151
2	-29,49422	1,999596	-7,25E-07	-2,214	-51,4285				0,032737			
3	-25,49032	2,000124	-7,18E-07	-2,1881	-51,4284				0,032764			
4	-22,31817	1,997625	-6,94E-07	-2,111	-51,4281				0,032764			
5	-21,756	1,99929	-7,31E-07	-2,2231	-51,4261				0,032536			
6	-19,87801	1,999987	-7,17E-07	-2,1786	-51,4301				0,032969			
7	-18,27304	1,998954	-7,10E-07	-2,1537	-51,4338				0,033243			

El análisis de series de tiempo exige el estudio de la media y de la varianza. La aplicación del método Box Jenkins, se aplica como metodología procedimental para identificar la presencia de estacionariedad de la serie objeto de estudio y la estimación de parámetros autorregresivos de media móvil (Box, 1976). Este proceso permite estimar un modelo estadístico para la media de la rentabilidad del precio del oro.

Este proceso se debe complementar con el análisis de la volatilidad. La modelación de este en las series financieras es un campo de gran crecimiento en la investigación en finanzas y economía como se aprecia en los trabajos de Nelson y Sunier (1995), Arsad y Coutts (1997), Chan et al. (2004), Zhu (2007) y Kosapattarapim et al. (2012) (Arg, Bat, Lara, Peralta, & Pant, 2014). Investigaciones que se fundamentan en los cambios aleatorios que producen las rentabilidades en los diferentes activos financieros.

Engle (1982) (Arg et al., 2014) presenta el modelo Heterocedasticidad Condicional

Autorregresiva (ARCH), el cual modela la varianza condicional de mediciones pasadas, siendo esta no constante (heterocedastica). Para estos procesos, el pasado reciente proporciona información acerca de la varianza del pronóstico de un periodo.

Aun cuando el modelo ARCH permite modelar varianzas dependientes del tiempo y varias propiedades de las series de rendimientos financieros, tiene el inconveniente de que el valor de ω en el modelo de series de tiempo financieras tiende a ser grande. Además, el supuesto de no negatividad de los parámetros puede no cumplirse cuando el número de estos se incrementa.

El modelo GARCH, introducido por Bollerslev (1986) (T. Bollerslev, 1986)., mejora la especificación original del modelo ARCH añadiendo varianza condicional rezagada, la cual actúa como un término suavizador, por lo que evita las dificultades mencionadas al permitir que las volatilidades pasadas impacten en la volatilidad actual.

El modelo GARCH es equivalente a un proceso ARCH de un orden infinito, el modelo presentado esta bien definido debido a que garantiza que los parámetros ω, α y β son positivos, y que $\alpha + \beta \leq 1$ (Condición de estacionariedad). Además aunque la distribución condicional de μ_t sea normal la distribución

incondicional tiene varianza incondicional $\sigma^2 = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$ y posee colas más anchas de lo normal. El

proceso GARCH (p, q) modelo que tiene en cuenta para su predicción no solo el comportamiento del activo financiero p periodos atrás, sino también el valor de la volatilidad q periodos anteriores (A. Arango & Arroyave, 2016) ,su estructura ARMA es de la forma:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (2)$$

Con la aplicación del anterior modelo se modela la media y la volatilidad de la rentabilidad del precio del oro, que sirve como insumo en la determinación del flujo de caja. En este caso el modelo evidencia una reversión a la media con un proceso GARCH (2,1) para la volatilidad (ver *Tabla 6*).

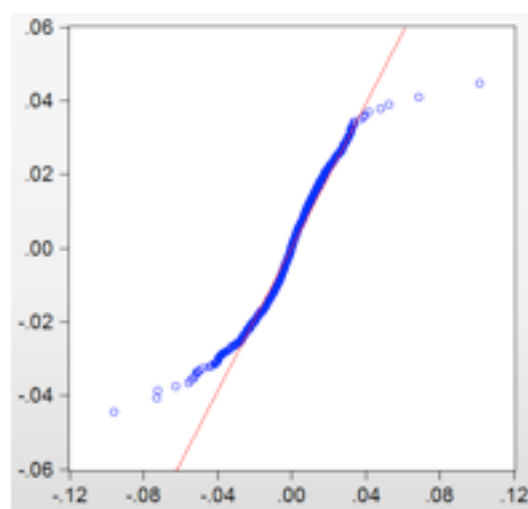
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (3)$$

Tabla 5
Variables del mercado GARCH

Parámetro	Coficiente	P-Valor
γ^*	0.000355	0.0887
ω	0,00000197	0
α_1	0,070449	0
α_2	-0,021089	0.0063
β	0,938333	0
DW	2.011.974	
AIC	-6.079	

*Es la constante de

Figura 3
Quantile-Quantile



Fuente: elaboración de los autores

El ajuste de los residuales se representa a través de un gráfico Q-Q (ver Figura 3) la cual en su estructura confirma la normalidad de los retornos.

2.2.1. Flujo de caja del proyecto

Con los datos analizados y suministrados por los estudios de factibilidad técnica y económica del proyecto de mina se logró construir para la empresa el flujo de caja libre el cual lo podemos observar los resultados de los años -1 al año 9 ya que el proyecto tiene una vida útil de 8 años, pero en el año 9 se pagan los impuestos incurridos en el año anterior. (ver Tabla 6) (Gueorguiev, T. Dyer, M. Lindholm, W. Schlitt, 2014).

Tabla 6
Resultado Flujo de caja libre

Flujo de caja neto											
(expresado en miles de dólares USD)											
FCN	Unidad	Año -1	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6	Año 7	Año 8	Año 9
	k USD	-74.202	54.282	57.514	17.629	20.510	29.771	9.845	5.863	12.103	-2.024

Fuente: elaboración de los autores

El FCL se realizó para calcular indicadores de rentabilidad del proyecto: Valor actual Neto (VAN) y la Tasa interna de retorno (TIR). En donde se tiene en cuenta variables que involucran la realidad del objeto del bien (egresos e ingresos) en una proyección futura para este caso 9 años que es la vida útil del proyecto. El VAN es un indicador financiero que calcula el valor de los flujos de caja que tendrá el proyecto en pesos de hoy, para determinar, si luego de descontar la inversión inicial, quedaría alguna utilidad. Matemáticamente se expresa como:

$$VAN = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+i)^t} - I \quad (4)$$

La tasa interna de retorno TIR es la tasa que mide los rendimientos de una inversión, se define como aquella tasa que hace el VAN igual a cero. En la tabla 17 se muestran los resultados de estos dos indicadores.

Tabla 7
Indicadores financieros

Tasa de rendimiento	8,04%
VAN (Miles USD)	89.675,57
TIR	52,45%

Fuente: elaboración de los autores

La tasa de rendimiento empleada para determinar el VAN fue 8.04%, esta se calculó usando el Modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros o Capital Asset Pricing Model (CAPM). Para estimar el β se tomó como referencia la rentabilidad del precio de cierre de acción y S & P 500 para los últimos 3 años comprendidos ente el 1 de enero de 2013 y 31 de diciembre de 2015. Los resultados se muestran en la tabla 18 (Yahoo Finance, n.d.).

Tabla 8
Rentabilidad de la acción

Parámetro	Rentabilidad de la acción
Promedio	0,00031
Número de observaciones	1093
Covarianza	3,37E-05
Varianza	4,45E-05
	0,7566

Fuente: elaboración de los autores

Si se realiza un análisis del valor del β el cual es 0,76 se observa que la acción es 24 % menos volátil que el mercado; siendo el CAPM una metodología útil para estimar la beta de mercado de una acción, combinarla con la tasa de interés libre de riesgo y la prima de riesgo, para deducir una estimación del coste de capital (Eugene F. Fama and Kenneth R. French, 2004).

En el caso de la financiación para el proyecto, se hace mediante venta de títulos en bolsa de valores de New York y el aporte de 2 empresas accionistas la Tabla 20 muestra cómo están distribuidas las acciones.

Tabla 9
Emisión de acciones

Fecha emisión	Nº acciones	Valor nominal USD	Ingreso USD
16-oct-12	21.212.121	0,55	11.66.667
9-abr-14	34.121.212	0,33	11.260.00
2-abr-14	14.640.112	0,33	4.831.137
17-jul-14	81.677.550	0,27	22.052.939

Obteniendo una financiación por venta de acciones de 49.810 k USD y un aporte de dos empresas socios del proyecto sobre títulos de deuda permitiendo al emisor financiar inversiones a través de su colocación en el mercado de capitales de 24.391 k USD En donde se obtiene un total de capital de 74.202 k USD correspondiente al año inmediatamente anterior a la puesta en marcha del proyecto minero. Para obtener el costo del patrimonio k_e se empleó la siguiente expresión:

$$k_e = k_{LR} + \beta(k_M - k_{LR}) \quad (10)$$

Dónde: K_M :Tasa del mercado (S&P 500); K_{LR} :Tasa libre de riesgo (TES Bono EE.UU a 10 años, 23 julio del 2016) (Trading Economics 2016 Julio, n.d.) β :Volatilidad de las acciones respecto al mercado.

En la Tabla 21 se resumen los parámetros utilizados y el costo del patrimonio.

Tabla 10
Costo de capital

Parámetro	Resultado
k_{LR}	1,57%
k_M	10,12%
β	75,66%
k_e	8,04%

Fuente: elaboración de los autores

3. Resultados

Para estimar el riesgo de estos proyectos, se emplea la Simulación Monte Carlo, que permite generar valores aleatorios del VPN para variables de entrada inciertos, obteniendo diferentes escenarios, los cuales son muy importante para la toma de decisiones(M. A. Arango, 2016).

Definida la variable de entrada se procedió a crear un modelo de simulación Montecarlo, para la distribución del precio del oro, Se realiza una simulación de 100.000 iteraciones para lo cual se consideró una función distribución normal, utilizando el programa @RISK. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

Haciendo una análisis de la Figura 4 encontramos el valor de media de la variables de entrada en este caso la del Valor neto del proyecto es de 128.996 USD, en las posibles iteraciones realizadas generando una mayor confianza del valor esperado real del proyecto de inversión, entregando una mayor posibilidad de tomar una acertada decisión en un mayor número de escenarios.

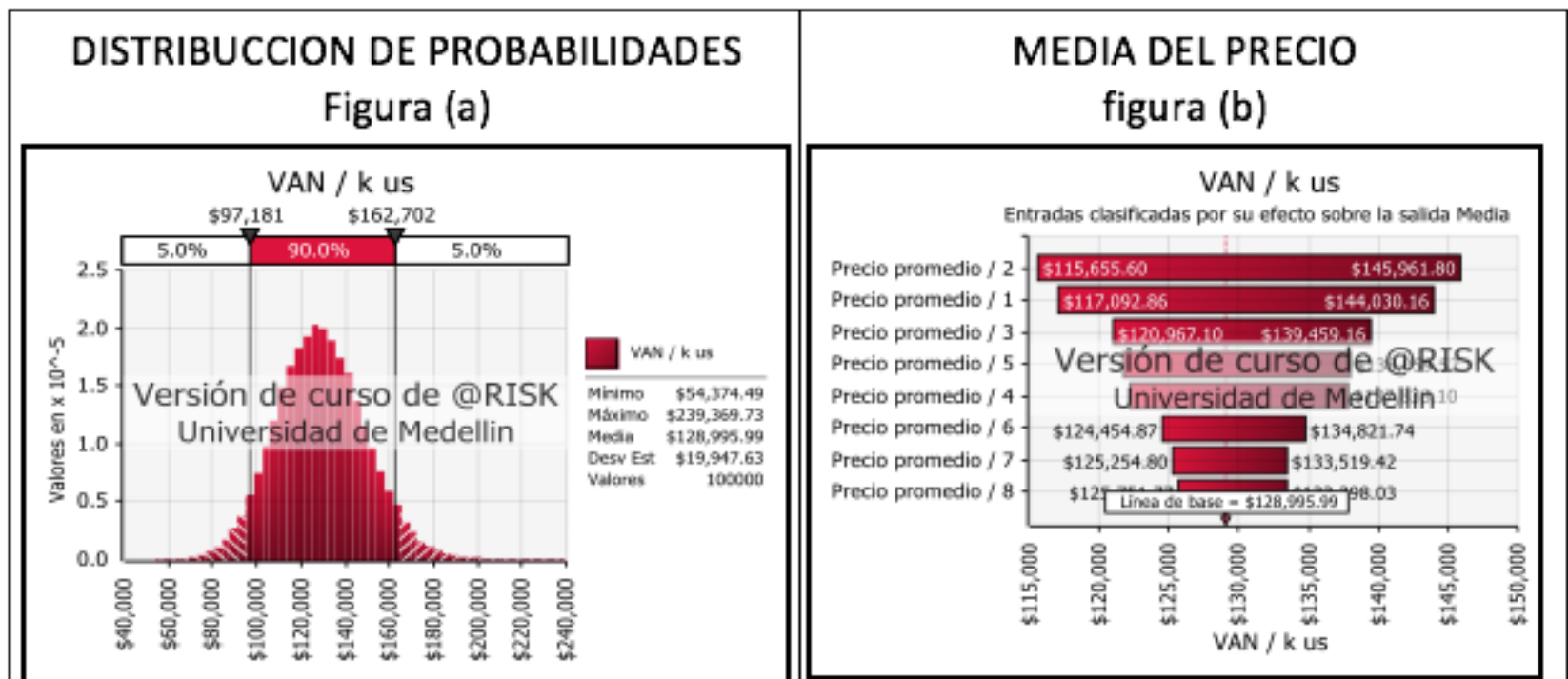
Figura 4
Distribución y media

Parámetro	Distribución	Media
opción/K us		25.299,21
VAN/ K us		128.996,0
VPN flexible/K us		154.295,2

Fuente: elaboración de los autores

En la Figura 5 se analiza que existe una probabilidad del 90% de que el valor presente del proyecto este entre 97.181 USD y 162.702 USD en los 8 años de vida útil del proyecto con una desviación estándar de 19.947 USD lo cual es la medida de dispersión, que indica cuánto pueden alejarse los valores respecto a la media, por lo tanto es útil para buscar probabilidades de que un evento ocurra.

Figura 5
Valor presente del proyecto



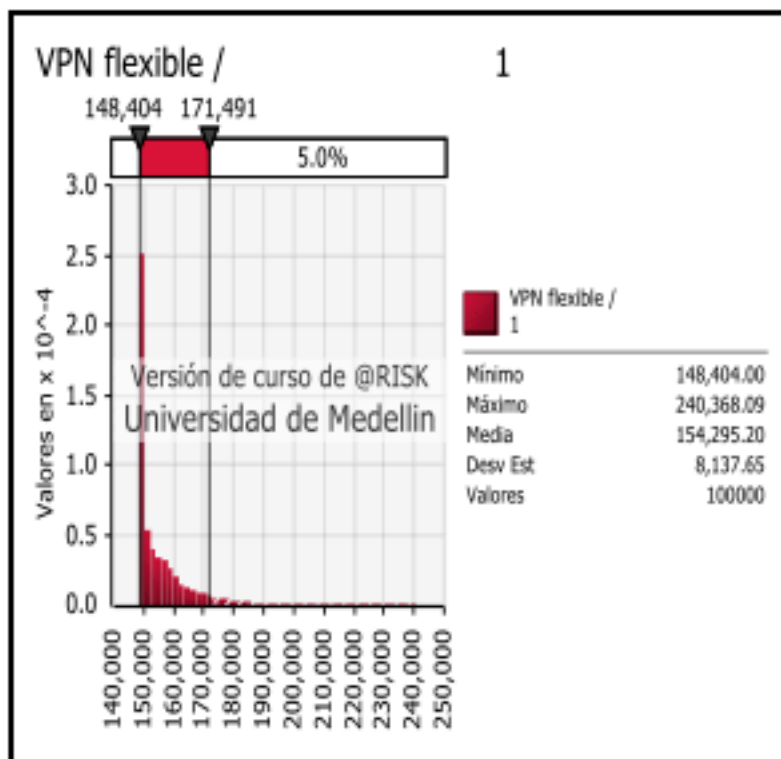
Fuente: elaboración de los autores

En cuanto al valor presente flexible es de 148.404 k USD según la estimación del valor de opción real, se observa con un rango en % de distribución más pequeño que el VAN no flexible ver Figura 6 .

Figura 6
Valor presente con flexibilidad del proyecto

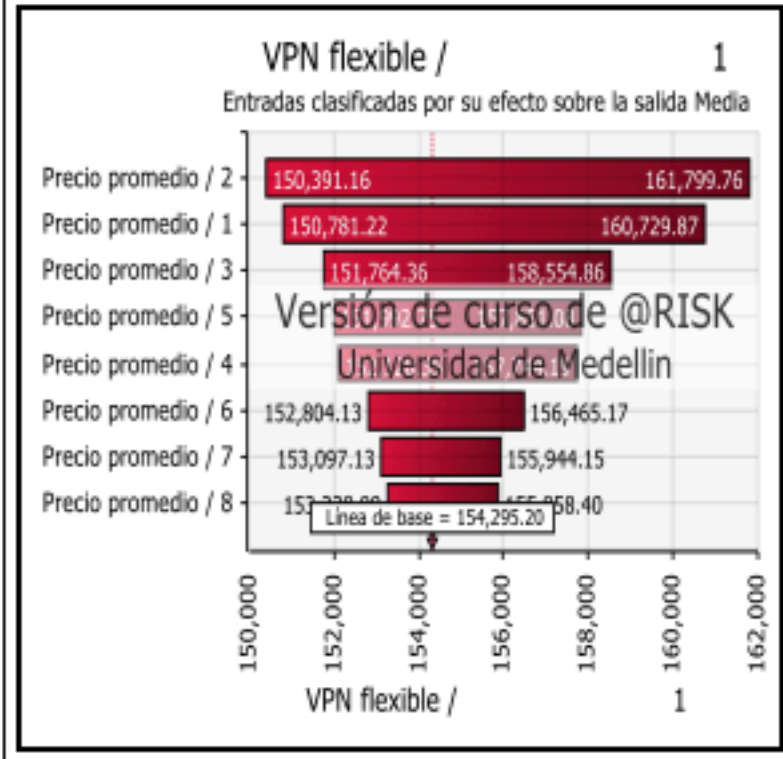
DISTRIBUCCION DE PROBABILIDADES

Figura (a)



MEDIA DEL PRECIO

figura (b)



Fuente: elaboración de los autores

Es importante el análisis de la sensibilidad pues permite identificar los cambios en la variable precio la cual tiene un impacto muy fuerte sobre los costos e ingresos de un proyecto de inversión, es por ello que desde este punto de vista se crea varios escenarios con la Simulación Montecarlo, en donde en la Tabla 24 se identifica el rango de la media de la opción mostrando un rango característico en él puede oscilar el precio del VAN y de la Opción.

Tabla 11
Análisis de sensibilidad

Análisis de Sensibilidad				
Año	Nombre	VAN / k USD Rango de Media	Opción k USD Rango de Media	VAN flexible K USD Rango de Media
#1	Precio promedio / 2	\$ 30.306,20	18.897,61	11.408,59
#2	Precio promedio / 1	\$ 26.937,30	16.988,64	9.948,66
#3	Precio promedio / 3	\$ 18.492,07	11.701,56	6.790,50
#4	Precio promedio / 5	\$ 16.290,13	10.431,79	5.858,34
#5	Precio promedio / 4	\$ 15.649,40	10.033,56	5.615,84
#6	Precio promedio / 6	\$ 10.366,88	6.705,84	3.661,03
#7	Precio promedio / 7	\$ 8.264,62	5.417,60	2.847,02
#8	Precio promedio / 8	\$ 7.646,26	5.026,85	2.619,41

Fuente: elaboración de los autores

Se debe tener en cuenta que el precio del activo onz de oro que se muestra en la Tabla 17 tiene un precio de 1,3 k USD durante los 8 años, pero en la Tabla 25 se puede observar un

posible escenario mucho más optimista con números aleatorios por medio de la Simulación Montecarlo, modificando el valor de los ingresos, este análisis también arroja que el proyecto cuenta con un buen pronóstico financiero.

4. Conclusiones

El resultado de los análisis econométricos y regresiones realizadas, conlleva a la conclusión de que el modelo más adecuado para la estimación y predicción de la volatilidad del rendimiento del precio del oro es el modelo GARCH (2, 1), ya que es el que ofrece mejores predicciones en el horizonte, y entrega el mejor ajuste, como resultado al procedimiento de estimación de los parámetros basados en regresiones por mínimos cuadrados utilizando las series históricas de precios.

Esta investigación se desarrolló en tiempo real en un proyecto de una multinacional que propone invertir en Colombia en el sector minero y en el cual bajo supuestos válidos a esta organización le resulta beneficioso analizar por medio simulación Montecarlo la opción de abandono en el instante preciso, en ello incide el riesgo que genera la volatilidad del precio.

Para el desarrollo de la valoración del proyecto de inversión minero, se tuvo en cuenta elementos econométricos, análisis de riesgos, análisis de opción real, simulación Montecarlo y opciones financieras, de los cuales se puede observar que la inversión del proyecto cuenta con viabilidad, y se hace la recomendación a los administrativos de la empresa que inicien con la operación del mismo.

La simulación Montecarlo, en el caso de la valoración de opciones reales, complementa las limitaciones de los modelos Black- Scholes y arboles binomiales, los cuales exigen un contexto de riesgo neutral, asumiendo una distribución que no necesariamente se presenta en los activos reales. Además, no existe un activo replica en donde los flujos de caja muestren una correlación perfecta con el proyecto de inversión real. Al analizar el riesgo por medio de la simulación Montecarlo y @Risk en donde se hace un amplio análisis de probabilidades por medio de iteraciones en las cuales encontramos un resultado favorable que nos ilustra sobre el nivel de confianza del 90% en el VPN del proyecto durante los 8 años y sin haber involucrado el valor flexible de la opción real.

Referencias bibliográficas

Arango, A., & Arroyave, O. (2016). Analisis de combustibles fósiles en el mercado de generación de energía eléctrica en Colombia: un contraste entre modelos de volatilidad. *Revista Metodos Cuantitativos Para La Economia Y La Empresa*, (22).

Arango, M. A. (2016). Modelo de proyectos de evaluación de riesgo en generación de energía térmica. *Revista Espacios.*, Vol.37(Nº 9), Pag.26. Retrieved from <http://www.revistaespacios.com/a16v37n09/16370926.html#uno>

Arg, J., Bat, L., Lara, E. G., Peralta, S. M., & Pant, H. (2014). Un paseo por el modelo GARCH y sus variantes Introducci ón, 10.

Bloomberg. (n.d.). Gold Spot \$/OZ Curncy, en linea, disponible, acceso el 10 septiembre del 2015, datos tomados del 8 de septiembre del 2005 al 8 septiembre del 2015.

Box, G. E. and G. M. J. (1976). Time Series Analysis: Forecasting and Control. *Holden-Day. Revised Edition.*, 35, 25.

chuan XU, Xiao-wei GU, Qing WANG, Jian-ping LIU, J. W. (2014). Ultimate pit optimization with ecological cost for open pit metal mines. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 24(5), 1531–1537.

Čirjevskis, A., & Badūns, E. (2013). Transformation of Scenario Planning into a Real Options Valuation in Time of Economic Transition: Latvian Case. *Procedia Economics and Finance*, 5(0), 172–181. [http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671\(13\)00023-3](http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671(13)00023-3)

- Cox, J., Ross, S., & Rubinstein, M. (1979). Option Pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7(3), 229–263. [http://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](http://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)
- Cuervo, Felipe, Botero, S. (2014). Aplicación de las opciones reales en la toma de decisiones en los mercados de electricidad. *Estudios Gerenciales*, 30(30), 397–407.
- E.fama. (1970). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Eugene F. Fama and Kenneth R. French. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25–46.
- Fija, R. (2017). Banrep en línea con el mercado.
- González, G., Mora, A., y Solano, G. (2015). empleando diferentes métodos de estimación de la volatilidad. *Estudios Gerenciales*, 31(136), 287–298. <http://doi.org/10.1016/j.estger.2015.03.004>
- Gueorguiev, T. Dyer, M. Lindholm, W. Schlitt, T. E. (2014). Amended NI 43-101 Technical report feasibility study of Santa Rosa gold project. *Prepared for Red Eagle Mining Corporation*, 1, 1–467.
- Haque, M. A., Topal, E., & Lilford, E. (2014). A numerical study for a mining project using real options valuation under commodity price uncertainty. *Resources Policy*, 39(1), 115–123. <http://doi.org/10.1016/j.resourpol.2013.12.004>
- Milanesi, G. (2014). *Valoración probabilística versus borrosa , opciones reales y el modelo binomial . Aplicación para proyectos de inversión en condiciones de ambigüedad (Vol. 30)*.
- Nadarajah, S. Margot, F. Secomandi, N. (2016). Comparison of least squares Monte Carlo methods with applications to energy real options. *European Journal of Operational Research*, 256(256), 196–204.
- Rubinstein, M. (1998). Edgeworth binomial trees. *The Journal of Derivatives*, 5(3), 20–27. Retrieved from <http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jod.1998.407994>
- T. Bollerslev. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *University of California at San Diego, La Jolla, CA 92093, USA*, 31, 307–327.
- Tanaka, Á. T., Marilia, C., & Montero, C. (2016). Valorización de opciones reales: modelo Ornstein-Uhlenbeck. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 1–7. <http://doi.org/10.1016/j.jefas.2016.07.001>
- Trading Economics 2016 Julio. (n.d.). Government bond yield United- States.
- Vasseur, J. P., & Pérez, C. C. (2016). Valoración de patentes farmacéuticas a través de opciones reales: equivalentes de certeza y función de utilidad. *Contaduría Y Administración*, 61(4), 794–814. <http://doi.org/10.1016/j.cya.2016.06.004>
- Yahoo Finance. (n.d.). Precio accion RD.V y S & P 500, en línea, disponible, datos tomados del 02/01/2013 a 31/12/2015, 2016 enero.

1. Economista, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Estudiante de doctorado en ingeniería industria y organizaciones, Universidad Nacional de Colombia. Magister en Administración financiera y Magister en Finanzas, universidad EAFIT, Medellín, Colombia. Profesora tiempo completo, Programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Docente Universidad Nacional de Colombia. Miembro activo del grupo de investigación en ingeniería Financiera GINIF. Carrera 87 N° 30-65, Medellín, Colombia. Teléfono +57(4)3405288. Correo electrónico: moarango@udem.edu.co.

2. Ingeniero electricista, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Magister en Finanzas y magister en finanzas, Especialista en finanzas y mercado de capitales Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Profesor tiempo completo, Programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Miembro activo del grupo de investigación en ingeniería Financiera GINIF. Carrera 87 N° 30-65, Medellín, Colombia. Correo electrónico: lfmontes@udem.edu.co

3. Administrador de empresas, Fundación Universitaria Católica del Norte, Medellín, Colombia. Máster MBA Internacional en Administración y Dirección de empresas, Universidad Camilo José Cela y Bureau Veritas Business School, Madrid, España. Estudiante de Maestría Finanzas Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Docente cátedra tiempo completo de administración, Fundación Universitaria Minuto de Dios. Asesora empresarial, Servicio Nacional de Aprendizaje, SENA,

Revista ESPACIOS. ISSN 0798 1015
Vol. 38 (Nº 52) Año 2017

[Index]

[En caso de encontrar un error en esta página notificar a [webmaster](#)]

©2017. revistaESPACIOS.com • ®Derechos Reservados